

ОТЗЫВ
официального оппонента
на диссертационную работу Рудько Яна Вячеславовича
«Смешанные задачи с негладкими условиями для волнового уравнения»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности «01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление»

Соответствие диссертации специальностям и отрасли науки, по которым она представлена к защите

Диссертационная работа Я.В. Рудько на тему «Смешанные задачи с негладкими условиями для волнового уравнения» соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление по отрасли физико-математические науки.

Актуальность темы диссертации

Волновое уравнение в случае разрывных начальных и граничных условий довольно часто встречается в различных приложениях, например, при изучении распространения ударных волн в среде. Отысканию решений граничных задач для волнового уравнения с разрывными данными, посвящены работы С.И. Гайдука, В.К. Манжосова, А.А. Битюрина, С.А. Пьянкова, В.И. Корзюка и др. Отсутствуют работы, где исследуются задачи на предмет существования и единственности классических решений задач с условиями сопряжения.

В диссертации Я.В. Рудько дальнейшее развитие получила фундаментальная теория граничных задач для дифференциальных уравнений в частных производных. В диссертации получены следующие результаты:

1. Теоремы существования и единственности решений смешанных задач с условиями сопряжения на характеристиках, содержащие необходимые и достаточные условия согласования, и представления решений в явном аналитическом виде следующих смешанных задач с разрывными данными:

а) Первая смешанная задача в четверти плоскости для волнового уравнения с разрывными начальными условиями.

б) Задача о продольном ударе по упругому полубесконечному стержню в случае прилипания ударившего груза к стержню после удара.

в) Смешанная задача в криволинейной полуполосе для волнового уравнения с разрывными начальными условиями.

2. Теорема существования и единственности решения смешанной задачи с условиями сопряжения на характеристиках, содержащая достаточные условия согласования, и представления решения в явном аналитическом виде задачи о продольном ударе по упругому полубесконечному стержню в случае отделения ударившего груза от стержня после удара.

Актуальность темы диссертационной работы подтверждается также тем, что по данной проблематике соискателем проводились научные исследования в рамках следующих программ:

1. НИР «Разработка методов решения линейных и нелинейных задач для уравнений с частными производными математической физики» по заданию «Разработка методов решения и исследования линейных и нелинейных задач для уравнений с частными производными» ГПНИ «Конвергенция–2025» (подпрограмма «Математические модели и методы»).

2. НИР по гранту Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики «Актуальные задачи теории уравнений смешанного типа» по соглашению № 075-15-2022-284.

3. НИР по гранту НАН Беларуси «Задачи с негладкими граничными условиями для гиперболических уравнений» по договору № 2023-25-019 от 3 апреля 2023 г.

4. НИР по гранту НАН Беларуси «Решение задач с негладкими граничными условиями для гиперболических уравнений» по договору № 2024-25-141 от 1 апреля 2024 г.

Степень новизны результатов, полученных в диссертации, и научных положений, выносимых на защиту

Все основные результаты, представленные в диссертации, являются новыми. Они впервые получены автором и опубликованы в рецензируемых журналах и сборниках статей научных конференций. Их новизна состоит в том, что решение смешанных задач для волнового уравнения с разрывными начальными и краевыми условиями строится в явном аналитическом виде как классическое решение задач с условиями сопряжения, доказательстве их существования и единственности при выполнении определенных условий гладкости и согласования заданных функций.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Все сформулированные в диссертации утверждения, их доказательства, заключительные выводы и рекомендации написаны корректно, строго математически обоснованы, достоверны и имеют законченный характер, а также согласуются с ранее известными результатами. Имеются все необходимые ссылки на литературные источники. Все результаты диссертации прошли апробацию на научных конференциях и семинарах.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию

Результаты диссертации имеют не только теоретический характер, которые относятся к области фундаментальных исследований, но и практическое применение.

Научная значимость результатов диссертации Я.В. Рудько заключается в том, что выведены критерии и признаки однозначной разрешимости граничных задач для волнового уравнения с разрывными данными.

Практическая значимость результатов диссертации, выносимых на защиту, обусловлена тем, что исследованные в диссертации граничные задачи могут возникать при математическом моделировании ударных колебаний в упругих средах, например в задачах акустики, распространения электромагнитных волн и прочее. Также результаты могут быть рекомендованы для использования в исследованиях в данной и смежных областях при решении конкретных прикладных задач, а также в учебном процессе при чтении спецкурсов, при проведении лабораторных и семинарских занятий.

Опубликованность результатов диссертации в научной печати

По результатам научных исследований опубликовано 14 научных работ, в том числе: 8 – статьи в научных изданиях, соответствующих п. 19 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (общий объем 3.6 авт. л.), 6 – тезисы и материалы докладов научных конференций.

Оформление диссертации и автореферата соответствует требованиям ВАК по оформлению диссертации и автореферата.

Оформление диссертации и автореферата соответствует требованиям ВАК Республики Беларусь. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует

Представленная диссертационная работа Я.В. Рудько свидетельствует, что его научная квалификация соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

В результате выполнения работы доказаны критерии и признаки разрешимости граничных задач для волнового уравнения с разрывными данными. Подготовленная диссертация и опубликованные работы отражают высокую научную квалификацию соискателя, его способность развивать научные направления, получать принципиально новые результаты.

Замечания по диссертации

В диссертации есть вопросы, которые требуют дополнительного уточнения от соискателя:

- 1) стр. 37: формула (2.25), аналогично (4.23). Что означает запись вида $[u^{(3)} \text{ или } u^{(5)}](t, x)$ в определении функции?
- 2) стр. 40: чем случай $b^4 - 4a^2c^2 = 0$ особенный с точки зрения уравнения?
- 3) стр. 40: что такое множество Γ ?
- 4) стр. 54: фраза «Сравнивая формулы (3.27) и (3.28), приходим к выводу, что в случае задачи (3.26) метод характеристик позволяет получить больше решений за счет варьирования условий согласования.» требует пояснения, не ясно, как решается вопрос с единственностью решения.

5) формула (3.29): чем обусловлен такой выбор констант?

Также есть замечания по грамматике и синтаксису:

- 1) стр. 61: фраза «по рисунки».
- 2) стр. 74: номер индекса в нумерованном списке «4») съехал влево.
- 3) стр. 82: в формулах (5.16) и (5.17) пропущены точки в конце формул.
- 4) стр. 89: слово «по-подробнее» пишется слитно.

Как пожелание, хочется заметить, что использование фразы «сформулированы условия» в кратких выводах к главам 2 и 3 не полностью отражает полученный соискателем результат. Соискатель в своей работе не просто сформулировал данные условия, но и доказал их необходимость и достаточность.

Данные замечания не влияют на общую положительную оценку работы соискателя и не снижают её полученные научные результаты.

Заключение о возможности принятия диссертации к защите.

Диссертационная работа Рудько Яна Вячеславовича «Смешанные задачи с негладкими условиями для волнового уравнения», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, представляет собой завершённую научную работу. Считаю, что Рудько Ян Вячеславович достоин присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление за:

1. Теоремы существования и единственности решений, содержащие необходимые и достаточные условия согласования, и представления решений в явном аналитическом виде следующих смешанных задач с разрывными данными:

а) Первая смешанная задача в четверти плоскости для волнового уравнения с разрывными начальными условиями.

б) Задача о продольном ударе по упругому полубесконечному стержню в случае прилипания ударившего груза к стержню после удара.

в) Смешанная задача в криволинейной полуполосе для волнового уравнения с разрывными начальными условиями.

2. Теорема существования и единственности решения, содержащая достаточные условия согласования, и представления решения в явном аналитическом виде задачи о продольном ударе по упругому полубесконечному стержню в случае отделения ударившего груза от стержня после удара.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук,
инженер-программист
ООО «Нэктсофт»

05.11.2025



Столярчук Иван Игоревич