

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
о диссертации Шадинского Дениса Александровича
**«Разрушение решений разностных схем, аппроксимирующих
начально-краевые задачи для уравнений параболического типа»,**
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.07 — «вычислительная математика»

Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которой она представлена к защите.

Объектом исследования диссертационной работы Д. А. Шадинского являются разностные схемы, аппроксимирующие начально- краевые задачи для нелинейных уравнений параболического типа. Основным предметом исследования диссертационной работы являются свойства разностных схем, связанные с эффектом разрушения решения. Тема диссертации и ее содержание соответствуют отрасли физико-математических наук и специальности 01.01.07 — «вычислительная математика».

Актуальность темы диссертации.

Нелинейные параболические уравнения лежат в основе математических моделей самых разнообразных явлений и процессов в механике, физике, технологии, биофизике, биологии, экологии и многих других областях знаний. С позиций конструктивных исследований каждая нелинейная параболическая задача обладает своей индивидуальностью и, вообще говоря, не может быть решена на основе единого подхода. Как правило, для анализа даже отдельных и весьма частных свойств решений требуется целый спектр методов качественного исследования. Этот факт подчеркивает глубокую содержательность даже простейших модельных задач для нелинейных параболических уравнений.

Во многих эволюционных уравнениях решения могут стать неограниченными за конечное время. Это явление называют разрушением, а конечное время — временем обострения. Большой теоретический и практический интерес представляет оценка времени разрушения и асимптотическое поведение решений вблизи точки разрушения. Численный анализ задач такого типа все еще находится на довольно ранней стадии развития, при этом вычислительный эксперимент во многих случаях является способом получения информации о рассматриваемой нелинейной задаче. В связи с этим построение и теоретическое обоснование численных методов и алгоритмов для задач, допускающих разрушение решений является актуальной проблемой вычислительной математики.

Степень новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту.

Все основные результаты диссертационной работы являются новыми. В работе предложен подход к исследованию разрушения решений разностных схем. Он основан на доказанных автором диссертации дискретных аналогах ряда известных результатов, таких как теорема сравнения Чаплыгина и лемма Бихарн, а также на развитии техники энергетических неравенств. С помощью этой техники получены новые условия на данные задач Дирихле и Неймана для квазилинейных параболических уравнений, обеспечивающие разрушения решений за конечное время. Разработанная

техника исследования применена к выводу условий разрушения решений разностных схем, аппроксимирующих начально-краевые задачи для нелинейных параболических уравнений.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.

Результаты диссертации являются оригинальными и самостоятельными. Они сформулированы корректно, их доказательства достоверны. Диссертационная работа содержит все необходимые библиографические ссылки, относящиеся к ее теме. Результаты апробированы публикациями в рецензируемых научных журналах и докладами на научных конференциях.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию.

Результаты диссертационной работы носят преимущественно теоретический характер и являются вкладом в теорию разностных схем для начально-краевых задач для квазилинейных параболических уравнений. При этом важным достоинством диссертации является вывод новых условий на данные задач Дирихле и Немана для квазилинейных параболических уравнений, гарантирующих разрушения решений за конечное время. Полученные результаты могут быть использованы при численном моделировании прикладных задач, в которых возникают режимы с обострением, а также при чтении специальных курсов по теории разностных схем.

Опубликованность результатов диссертации в научной печати.

Научные результаты опубликованы с необходимой полнотой в 6 научных статьях в журналах, входящих в перечень ВАК Республики Беларусь, и отражены в 7 тезисах и материалах научных конференций.

Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК.

Диссертационная работа оформлена в соответствии с правилами ВАК Республики Беларусь. Она состоит из содержания, введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения и списка использованных источников. Общий объем диссертационной работы составляет 87 страниц. Список используемых источников содержит 81 наименование, 14 из которых – собственные публикации автора.

Замечания по диссертации.

1. На странице 22 следовало бы привести доказательство Леммы 2.2.

2. В Следствие 2.3, Следствие 2.4 и Теореме 2.2 следует требовать положительность

τ_k .

3. На странице 29 в Следствии 2.6 единственность решения является излишним требованием.

3. Непонятно почему на странице 30 справедливы неравенства в (2.28):

$$y_\alpha^n \leq u_1(l_n^1) \quad \text{и} \quad u_2(l_n^2) \leq y_3^n.$$

По-видимому, здесь надо вводить новые обозначения.

5. На странице 31 в Примере 2.1 не надо предполагать единственность решения неявной разностной схемы.

6. В Определении 2.1 на странице 34 следовало бы указать, что $t_h < \infty$, как это сделано в Определении 2.2.

7. На странице 40 в фразе "ограниченная связная область" слово "связная" следует убрать.

8. В примерах 3.2 и 3.3 следует добавить условие $\mu > 0$, так как $k(0) = 0$, а по сделанному предположению $k(\xi) > 0$ при $\xi \geq \mu$.

9. В постановке задачи в 3-й главе область Ω имеет гладкую границу. При построении разностной схемы в качестве области выбирается параллелепипед. Следовало бы дать пояснение. Аналогичное замечание к 4-й главе.

10. На странице 62 лучше определить Ω , а не $\bar{\Omega}$, так как в противном случае Ω определяется неоднозначно.

11. На странице 64 в Замечании 4.1 упоминается обобщённое решение. Следовало бы пояснить какими свойствами оно обладает.

Данные замечания, однако, не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы и общую значимость полученных в диссертационной работе результатов.

Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует.

Представленная диссертация Шадинского Дениса Александровича свидетельствует, что научная квалификация ее автора соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 — «вычислительная математика».

Выводы. Диссертационная работа Д. А. Шадинского «Разрушение решений разностных схем, аппроксимирующих начально-краевые задачи для уравнений параболического типа» является квалификационной научной работой и удовлетворяет всем требованиям ВАК Беларуси (п.п. 20-26 «Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь»), предъявляемым к диссертационным работам на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 — «вычислительная математика».

Предлагаю присудить Шадинскому Денису Александровичу ученую степень кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 — «вычислительная математика» за:

1) доказательство дискретных аналогов теорем сравнения для задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка;

2) построение разностных схем, решения которых разрушаются при тех же условиях, что и аппроксимируемые ими задачи Неймана для квазилинейных уравнений параболического типа;

3) построение разностной схемы, аппроксимирующую задачу Дирихле для квазилинейного параболического уравнения с эффектом разрушения решения.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук, профессор
заведующий кафедрой интеллектуальных
методов моделирования БГУ

Гладков А.Т.



В.В. Добровольская