

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования  
«Белорусский государственный  
аграрный технический университет»



Н.Н. Романюк

16 января 2023 г.

## ОТЗЫВ ОППОНИРУЮЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Белорусского государственного аграрного технического университета

на диссертацию Засимович Елены Васильевны

«Эффективные оценки мер в метрической теории диофантовых приближений»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических  
наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

### **Соответствие содержания диссертации заявленной специальности и отрасли науки**

Диссертационная работа Засимович Е. В. «Эффективные оценки мер в метрической теории диофантовых приближений» посвящена задачам приближения алгебраическими числами заданной степени и высоты действительных, комплексных и  $p$ -адических чисел. В работе исследованы многочлены специального вида с точки зрения их диофантовых свойств.

Таким образом, содержание диссертационной работы Засимович Е. В. «Эффективные оценки мер в метрической теории диофантовых приближений» соответствует отрасли «физико-математические науки» и паспорту специальности ВАК Республики Беларусь 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

### **Научный вклад соискателя в решение научной задачи с оценкой его значимости**

В 1932 г. К. Малером была выдвинута гипотеза о мере множеств чисел с заданными порядками приближения нуля значениями многочленов произвольной степени. В 1962 году В. Г. Спринджук доказал гипотезу Малера, но исследование ее различных обобщений продолжается в настоящее время в работах белорусских и зарубежных математиков. Работы В. Г. Спринджука, В.И. Берника были посвящены изучению диофантовых свойств неприводимых многочленов, в работах Н.Н. Шамуковой, А.С. Кудина исследуются диофантовы свойства приводимых многочленов, к

которым в настоящее время проявлен интерес специалистов в области метрической теории диофантовых приближений.

С помощью использования методов В.Г. Спринджука, В.И. Берника, В.В. Бересневича и классических методов диофантовых приближений и геометрических методов в диссертационной работе были доказаны теоремы о распределении алгебраических чисел, их результатов и дискриминантов. Были получены оценки мер для множеств действительных и комплексных чисел с малыми значениями модулей многочленов с целочисленными коэффициентами и оценки полиномов специального вида для действительных чисел

$$P(x) = (ax + b)^n;$$

и для комплексных чисел

$$P(z) = (a_2z^2 + a_1z + a_0)^{n/2}.$$

Таким образом, в диссертации доказаны теоремы, обобщающие и улучшающие результаты, полученные ранее в области теории диофантовых приближений. Научные результаты, которые приведены в работе, являются достоверными и имеют законченный характер.

Основные положения диссертационной работы достаточно полно отражены в опубликованных статьях и тезисах конференций. По теме диссертации опубликовано 12 научных работ, в том числе 6 статей в рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК Республики Беларусь («Доклады НАН Беларуси», «Труды Института математики», «Вестник МГУ имени А.А. Кулешова», «Чебышевский сборник»), 6 тезисов докладов на международных научных конференциях. Общий объем опубликованных материалов составляет 56 страниц.

Работа прошла апробацию на следующих международных конференциях: XI Международная математическая конференция имени В.Я. Скоробогатько (Львов, Украина, 2020), XVIII Международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории» (Тула, Российская Федерация, 2020), XIX Международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории» (Тула, Российская Федерация, 2021), XXI Международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории» (Тула, Российская Федерация, 2022), XVIII Международная научная конференция молодых ученых «Молодежь в науке 2021» (Минск, Беларусь, 2021). Результаты диссертации докладывались на научных семинарах по теории чисел в Институте математики НАН Беларуси (руководитель – профессор В.И. Берник).

Диссертация оформлена в соответствии с требованиями ВАК Республики Беларусь к оформлению диссертационных работ. Автореферат диссертации соответствует содержанию работы и правильно отражает результаты и основные положения, выносимые на защиту.

**Конкретные научные результаты (с указанием их новизны и практической значимости), за которые соискателю может быть присуждена искомая ученая степень**

Диссертация Засимович Е. В. «Эффективные оценки мер в метрической теории диофантовых приближений» является квалификационной научной работой, содержание которой соответствует специальности ВАК Республики Беларусь 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел. Засимович Е. В. может быть присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук за следующие новые научно обоснованные результаты:

1. Получены оценки сверху для мер множеств решений диофантовых неравенств с многочленами специального вида.

2. Получены оценки снизу для мер множеств решений диофантовых неравенств с многочленами специального вида.

3. Решена проблема о точном значении мер решений неравенства

$$|P(x)| < Q^{-w}, \quad w > n$$

и найдены длины интервалов, которые содержат алгебраические числа заданной высоты и степени.

4. Вычислена размерность Хаусдорфа в задаче приближения действительных чисел алгебраическими.

5. Получены эффективные оценки меры Лебега и размерности Хаусдорфа для множеств чисел, образованных малыми значениями полиномов в комплексном случае.

Результаты, перечисленные выше, получены впервые. Проведенные Засимович Е. В. исследования являются актуальными и практически значимыми, их результаты могут быть использованы при решении проблем теории диофантовых приближений.

**Конкретные рекомендации по практическому использованию результатов диссертации**

Полученные результаты имеют теоретический характер и могут быть использованы в решении задач математической физики при разрешении проблем малых знаменателей. Материалы диссертации могут быть использованы в учебном процессе при чтении лекций и написании учебных пособий по разделам учебных дисциплин, содержащих курс теории чисел для студентов физико-математических специальностей высших учебных заведений.

## **Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует**

На основании проведенного анализа содержания диссертации в целом, последовательности изложения материала, используемых методов исследования и опубликованности результатов диссертационной работы в научной печати можно сделать вывод о том, что научная квалификация соискателя Засимович Е. В. соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук.

## **Замечания по содержанию и оформлению диссертации**

При общей положительной оценке диссертационной работы Засимович Е. В. имеются следующие замечания:

- 1) В диссертации имеются опечатки.
- 2) Неудобно сформирован список литературы.
- 3) Выводы в главе 2 содержат лишнюю информацию.
- 4) В главе 6 следовало указать, что проведена оценка меры Хаара.
- 5) В рекомендациях по практическому использованию результатов следовало бы уточнить, что полученные результаты в исследованиях могут быть использованы при изучении раздела теории чисел в курсе алгебры.

Сделанные замечания не снижают научную и практическую значимость полученных автором результатов.

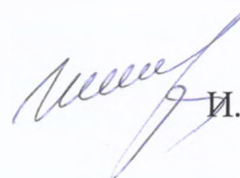
## **Выводы**

Диссертационная работа Засимович Е. В. «Эффективные оценки мер в метрической теории диофантовых приближений» представляет собой законченную квалификационную научную работу, соответствующую требованиям ВАК Республики Беларусь, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, соответствует требованиям пп. 19 – 20 «Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь», а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности ВАК Республики Беларусь 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв о диссертации Засимович Е. В. «Эффективные оценки мер в метрической теории диофантовых приближений» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел обсужден и одобрен открытым голосованием (за — 11 голосов, против — 0, воздержались — 0, из них

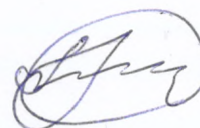
кандидатов физ.-мат. наук — 7, докторов физ.-мат. наук — 4) на расширенном заседании кафедры высшей математики Белорусского государственного аграрного технического университета 16 января 2023 года (протокол № 7), на котором соискатель Засимович Е. В. выступила с докладом по теме диссертации.

Эксперт оппонировающей организации:  
кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры высшей математики  
Белорусского государственного аграрного  
технического университета



И.М. Морозова

Заведующий кафедрой высшей математики  
Белорусского государственного аграрного  
технического университета  
кандидат физико-математических наук, доцент



А.А. Тиунчик

Секретарь расширенного заседания  
кафедры высшей математики Белорусского  
государственного аграрного технического  
университета,  
кандидат физико-математических наук



О.Н. Кемеш