

## **ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

о диссертации Щадинского Дениса Александровича  
**«Разрушение решений разностных схем, аппроксимирующих начально-краевые задачи для уравнений параболического типа»**,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика»

**Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которой она представлена к защите.** Объектом исследования диссертационной работы Д. А. Щадинского являются разностные схемы, аппроксимирующие начально-краевые задачи для нелинейных уравнений параболического типа. Основным предметом исследования диссертационной работы являются свойства разностных схем, связанные с эффектом разрушения решения. Тема диссертации и ее содержание соответствуют отрасли физико-математических наук и специальности 01.01.07 – «вычислительная математика».

### **Актуальность темы диссертации.**

Во многих эволюционных уравнениях решения могут стать неограниченными за конечное время. Это явление называют разрушением, а конечное время — временем обострения. Большой теоретический и практический интерес представляет оценка возникновения явлений разрушения за конечное время и асимптотическое поведение решений вблизи особенностей. Численный анализ задач такого типа все еще находится на довольно ранней стадии развития, при этом вычислительный эксперимент во многих случаях является основным способом получения информации о рассматриваемой нелинейной задаче. В связи с этим построение и теоретическое обоснование численных методов и алгоритмов для задач разрушения решений является актуальной и практически важной проблемой вычислительной математики.

**Степень новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту.** Все основные результаты диссертационной работы являются новыми. В работе предложен новый подход к исследованию разрушения решений разностных схем. Он основан на доказанных автором диссертации дискретных аналогов ряда известных результатов дифференциального исчисления, таких как теорема сравнения Чаплыгина, лемма Бихари, а также на развитии техники энергетических неравенств. Разработанная техника исследования применена к выводу условий разрушения решений разностных схем, аппроксимирующих задачу Неймана для нелинейных параболических уравнений. Следует отметить, что полу-

ченные условия разрушения сеточных решений совпадают с условиями разрушения решений аппроксимируемых дифференциальных задач. Для задачи Дирихле для параболического квазилинейного уравнения построена консервативная разностная схема, для которой выполняется сеточный аналог закона сохранения величины, называемой “энергией”. Выполнение этого закона, как показано в диссертационной работе, является важным фактором при анализе эффекта разрушения решения.

**Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.** Результаты диссертации являются оригинальными и самостоятельными. Они сформулированы корректно, их доказательства достоверны. Диссертационная работа содержит все необходимые библиографические ссылки, относящиеся к ее теме. Результаты апробированы публикациями в рецензируемых научных журналах и докладами на научных конференциях.

**Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию.** Результаты диссертационной работы носят преимущественно теоретический характер, при этом полностью соответствуют основным задачам вычислительной математики – построению и обоснованию приближенных методов решения задач, анализу точности и эффективности алгоритмов. Несомненно, проведенные научные исследования в диссертационной работе Д. А. Щадинского являются вкладом в развитие теории разрушения решения как в области разностных схем, так и в области дифференциальных задач. Полученные результаты могут быть использованы при численном моделировании прикладных задач, которые имеют решение в режимах с обострением, а также при чтении специальных курсов по вычислительной математике.

**Опубликованность результатов диссертации в научной печати.** Научные результаты опубликованы с необходимой полнотой в 5 научных статьях авторитетных журналов, входящих в перечень ВАК Беларуси, и отражены в 7 тезисах и материалах научных конференций.

**Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК.** Диссертационная работа оформлена в соответствии с правилами ВАК Беларуси. Диссертационная работа состоит из содержания, введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения и списка использованных источников. Общий объем диссертационной работы составляет 80 страниц. Список используемых источников содержит 94 наименований, из которых 13 собственные публикации автора.

**Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует.** Научный уровень результатов, полученных в диссертационной работе Д.А. Щадинского, свидетельствует, что научная квалификация ее автора соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «вычислительная математика».

#### **Замечания по диссертации.**

1. В определении 2.3 о разрушении решения разностной схемы фигурирует норма сеточного пространства. Но в силу конечномерности этого пространства все его нормы эквивалентны, а понятие разрушения решения связано с его поведением лишь по времени. По моему мнению, нет смысла «привязывать» определение разрушения к сеточной норме по пространству.

2. Основные полученные результаты, к которым безусловно относится результат о существовании решения Следствия 2.8 в пункте 2.5, требуют более правильного представления, например, в виде теоремы или леммы.

3. В Примере 2.2 следовало бы напомнить все обозначения и определения и привести аккуратно выполненные выкладки.

4. Теоретическая оценка времени разрушения решения  $T_1$ , доказанная автором, существенно отличается от времени разрушения  $T_b$  в вычислительных экспериментах, представленных в пунктах 3.4 и 4.6. Возможно, требуется более детальный анализ сеточной схемы для улучшения теоретической оценки.

6. Формально говоря, условие Неймана в формуле (4.39) записано неверно. Это может быть условием Неймана только при условии, что область прямоугольная.

7. В пункте 4.5 введены не совсем удачные обозначения. Символ « $p$ » использован для обозначения метрики и коэффициента уравнения одновременно.

8. Текст диссертации содержит определенное количество опечаток и грамматических ошибок. Однако их наличие не препятствует пониманию сформулированных определений и утверждений, а также не влияет на корректность представленных доказательств.

Отмеченные выше замечания не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы и общую значимость полученных в диссертационной работе результатов.

**Заключение официального оппонента.** Диссертационная работа Д. А. Щадинского «Разрушение решений разностных схем, аппроксимирующих начально-краевые задачи для уравнений параболического типа» содержит новые и научно обоснованные результаты, решающие актуальную проблему вычислительной математики: построения разностных схем, воспроизводящих свойства неограни-

ченных решений, аппроксимируемых ими нелинейных дифференциальных задач. Выполненная работа имеет научную и практическую значимость и вносит вклад в развитие теории разрушения решения. Диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Беларуси к кандидатским диссертациям, а ее автор Щадинский Денис Александрович несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «вычислительная математика», за:

1. дискретные аналоги теорем сравнения для задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения;
2. разностные схемы, решения которых разрушаются при тех же условиях, что и аппроксимируемые ими задачи Неймана для квазилинейных уравнений параболического типа;
3. разностную схему повышенной консервативности, аппроксимирующую задачу Дирихле для квазилинейного уравнения параболического типа с эффектом разрушения решения при положительной энергии.

Официальный оппонент  
доктор физико-математических наук, профессор  
кафедры высшей математики, механики и  
математического моделирования Института  
компьютерных наук и математического  
моделирования Первого МГМУ им. И. М. Сеченова

Лапин А.В.

