

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
о диссертации Щадинского Дениса Александровича
«Разрушение решений разностных схем, аппроксимирующих начально-краевые задачи для уравнений параболического типа»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.07 – «вычислительная математика»

Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которой она представлена к защите. Диссертационная работа Щадинского Д.А. посвящена изучению вопросов существования (локального и глобального) решений разностных схем, аппроксимирующих начально-краевые задачи для квазилинейных уравнений параболического типа. Тема диссертации и ее содержание соответствуют отрасли физико-математических наук и специальности 01.01.07 – «вычислительная математика».

Актуальность темы диссертации. Квазилинейные параболические уравнения, рассматриваемые в диссертации Д.А. Щадинского, лежат в основе математических моделей самых разнообразных явлений и процессов механике, физике, технологии, биофизике, биологии, экологии и многих других областях знаний. Особое место в теории нелинейных уравнений занимает круг исследований неограниченных решений, или, как их по-другому называют, режимов с обострением. Значительное место в проведенном исследовании режимов с обострением занимают результаты численной реализации рассматриваемых нестационарных задач. Диссертация посвящена важному вопросу об условиях отсутствия глобального решения, т. е. возникновения разностных режимов с обострением.

Степень новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту. Основные результаты выносимые на защиту являются новыми и расширяют ранее известные результаты по теории режимов с обострениями как для параболических квазилинейных уравнений, так и для аппроксимирующих их разностных схем. В диссертации Д.А. Щадинского доказана дискретные аналоги теорем сравнения для задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Найдены новые условия на входные данные, при которых решения задач Неймана и Дирихле для квазилинейного уравнения параболического типа, а также аппроксимирующих их разностных схем, разрушаются на конечном интервале времени. Построена разностная схема, аппроксимирующая задачу Дирихле для квазилинейного уравнения параболического типа и удовлетворяющая сеточному закону сохранения энергии.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации. Все сформулированные в диссертации утверждения, заключительные выводы сформулированы корректно, строго

математически обоснованы и достоверны. Материал диссертации изложен в логической последовательности. Имеются необходимые ссылки на литературу.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию. Работа носит в основном теоретический характер и является вкладом в теорию разностных схем для нелинейных параболических уравнений математической физики. Научная значимость результатов диссертации Д.А. Щадинского заключается в получении условий на входные данные, при которых решения начально-краевых задач для квазилинейных параболических уравнений и аппроксимирующих их разностных схем, разрушаются на конечном интервале времени. Практическая значимость полученных в диссертации результатов определяются возможностью их использования при численном исследовании прикладных проблем, а также при чтении специальных курсов по теории разностных схем при подготовке специалистов по вычислительной и прикладной математике.

Экономическую и социальную значимость результатов диссертации оценить в настоящее время не представляется возможным.

Опубликованность результатов диссертации в научной печати. Основные положения и результаты диссертации в полной мере изложены в 13 опубликованных научных работах, из них 5 статей опубликованы в изданиях, соответствующих п. 19 «Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь», и отражены в 7 тезисах докладов научных конференций.

Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК. Структура и оформление материала рассматриваемой диссертационной работы полностью соответствует требованиям ВАК Беларуси. Диссертация включает все необходимые структурные части: титульный лист; содержание; введение; общую характеристику работы; основную часть, состоящую из четырех глав, в которых приводятся результаты диссертационных исследований; заключение; библиографический список, состоящий из 81 источника, и список публикаций соискателя, состоящий из 13 источников. Автореферат диссертации достаточно полно и правильно отражает ее содержание.

Замечания по диссертации. По работе имеются следующие замечания:

1. Не всегда можно согласиться с терминологией. В работе используется понятие «повышенной консервативности» разностной схемы, для которого не дано строго определения. Только в конце главы 1 на странице 20 сказано «В работе [67] для разностных схем удовлетворяющих нескольким законам сохранения было введено понятие схем «повышенной консервативности». При этом в главе 3 в разделе 3.3 для схемы «повышенной консервативности» показано, что она удовлетворяет сеточному аналогу одного закона сохранения. Я бы использовал термин «консервативная разностная схема». В той же 3 главе вводится функционал $E(t)$,

который предлагается называть *энергией*. Действительно ли этот функционал соответствует физическому понятию энергии. Мне кажется здесь уместно использовать другой термин. Тем более иногда в тексте диссертации автор заключает в кавычки термин *энергия*.

2. В главе 2 доказывается дискретный аналог леммы Бихари, который дает оценку решения снизу. Здесь, наверное, не следовало использовать название «лемма Бихари», так как «классическая» лемма Бихари и ее обобщения и дискретные аналоги дают оценки решений сверху, а оценки решения сверху и снизу дает лемма Лангенхопа, что автор сам указывает в обзоре литературы на странице 11.

3. Для большего понимания Следствия 2.8 хорошо бы пояснить, как определяется область существования решения разностной схемы на новом временном слое $U_{|r_n|}(y_\beta^n)$, а именно радиус окрестности r_n .

Сделанные замечания не влияют на положительную оценку диссертации в целом и не снижают ее научного уровня.

Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует. Представленная диссертация Д.А. Щадинского свидетельствует, что научная квалификация ее автора соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «вычислительная математика».

Выводы. Представленная диссертация Щадинского Дениса Александровича «Разрушение решений разностных схем, аппроксимирующих начально-краевые задачи для уравнений параболического типа» является квалификационной научной работой, выполненной под научным руководством доктора физико-математических наук, профессора, члена-корреспондента НАН Беларуси Матуса Петра Павловича. Она удовлетворяет всем требованиям ВАК Беларуси (п.п. 20–26 «Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь»), предъявляемым к диссертационным работам на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «вычислительная математика».

Предлагаю присудить Щадинскому Денису Александровичу ученую степень кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «вычислительная математика» за:

1) доказательство дискретных аналогов теорем сравнения для задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка;

2) построение разностных схем, решения которых разрушаются при тех же условиях, что и аппроксимируемые ими задачи Неймана для квазилинейных уравнений параболического типа;

3) построение консервативной разностной схемы, аппроксимирующая задачу Дирихле для квазилинейного уравнения параболического типа с эффектом разрушения решения при положительной «энергии».

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук
научный сотрудник ООО «НТЦ «Симмэйкерс»

С.В. Лемешевский

Подпись С.В. Лемешевского заверяю
Исполнительный директор
ООО «НТЦ «Симмэйкерс»



О. Волощук

15.04.2024