

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертационной работе

Пантелеевой Жанны Ивановны

«Совместные диофантовы приближения и векторы с алгебраическими координатами», представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел»

Соответствие содержания диссертации заявленной специальности и отрасли науки

Предметной областью диссертационного исследования являются научные проблемы важного раздела современной теории чисел – совместных диофантовых приближений. При доказательстве теорем Ж.И. Пантелеева использует методы аналитической теории чисел, диофантова анализа и геометрии чисел. Более конкретно, в диссертации доказываются теоремы, усиливающие и/или обобщающие известные результаты метрической теории диофантовых приближений, связанные с научной школой В.Г. Спринджука и леммой А.О. Гельфонда.

Диссертация состоит из всех рекомендуемых ВАК структурных частей, к каковым относятся введение, общая характеристика работы, главы с выводами, заключение и библиографический список. Основное содержание диссертации изложено в четырех главах, каждая из которых завершается выводами. Ее полный объем составляет 72 страницы, из них 7 страниц занимает библиографический список использованных источников и 2 страницы – список публикаций соискателя с соавторами (всего 13 наименований, из которых 6 рецензируемых статей, 1 без соавторов). Перечисление литературных источников идет по мере появления на них ссылок в тексте.

В первой главе сделан достаточно подробный аналитический обзор по теме диссертации. В хронологической последовательности изложены основные результаты метрической теории диофантовых приближений, начиная с работ Л. Дирихле и Ж. Лиувилля, которые мотивируют на исследования в этой области. Здесь же параллельно с анализом классических результатов и методов анонсируются проблемы, решенные в рамках проведенного исследования, посредством указания соответствующей структурной части диссертации.

Во второй главе приведено 7 лемм, одна из которых (лемма 2.3) обоснована соискателем, на остальные указаны ссылки. На их основе доказаны две теоремы, которые усиливают и обобщают результат

В.Г. Спринджука о приближении действительных и комплексных (теорема 2.1) и p -адических чисел (теорема 2.2), в которых многочлен принимает малые значения, его корнями. В выводах к этой главе, кроме того, предложены задачи, обобщающие результаты теорем.

В третьей главе изложено доказательство существования интервалов, на которых отсутствуют алгебраические числа определенного вида с медленно изменяющимися минимальными многочленами (теорема 3.1), и получена известная оценка снизу для количества таких многочленов (теоремы 3.2 и 3.3), но другим способом. Он используется и в последующих разделах с распространением на другие метрики. В частности, при исследовании совместных приближений в поле действительных и p -адических чисел (теоремы 3.4 - 3.8).

В четвертой главе обобщена и усилена лемма Гельфонда для случая совместных приближений в пространстве $\mathbb{R} \times \mathbb{Q}_p$ (теорема 4.1) и проиллюстрирована возможность ее применения для получения верхней оценки количества многочленов с малыми значениями и с близкими корнями (теорема 4.2).

Таким образом, можно утверждать, что содержание диссертационной работы Пантелеевой Жанны Ивановны «Совместные диофантовы приближения и векторы с алгебраическими координатами» соответствует отрасли «физико-математические науки» и паспорту специальности ВАК Республики Беларусь 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Актуальность темы диссертации

Метрическая теория диофантовых приближений относится к активно развивающемуся разделу теории чисел, который изучает не только аппроксимационные свойства элементов числовых множеств сложной структуры с помощью мер Лебега, Хаара и размерности Хаусдорфа, но и, главным образом, характеризуется получением оценок этих мер для множеств чисел, обладающих заданными условиями приближений.

С момента ее зарождения в середине 19-го века (Л. Дирихле и Ж. Лиувилль, затем Э. Борель и А. Хинчин) она привлекала к себе внимание математиков различных специальностей. Дальнейшее развитие этой области связано с решением проблемы К. Малера и ее обобщением, классификацией трансцендентных чисел и исследованиями совместных диофантовых приближений. В процессе работы над задачами появлялись новые методы, позволяющие обобщать классические результаты и получать принципиально новые.

Следует отметить, что результаты метрической теории диофантовых приближений используются не только в теоретических исследованиях. Они находят также широкое практическое применение, например, в математической физике при исследовании некорректных граничных задач для дифференциальных уравнений в частных производных (проблема малых знаменателей), а также при решении проблем в технических вопросах, например, в задачах устранения помех в беспроводной связи.

В диссертации Ж.И. Пантелеевой доказан ряд теорем, отражающих аппроксимационные свойства многочленов и алгебраических чисел, которые являются результатом естественного продолжения важных исследований в области метрической теории диофантовых приближений. Кроме того, предложен метод, позволяющий оценить некоторые характеристики распределения алгебраических чисел, около которых их минимальный многочлен изменяется очень медленно. Многочлены с малой производной в своих корнях затрудняют вычисление размерности Хаусдорфа множеств, связанных с приближением действительных или комплексных чисел алгебраическими. В подобных задачах оценка количества таких многочленов или их корней приобретает приоритетное значение, становится актуальной и практически значимой.

Степень новизны результатов и научных положений, выносимых на защиту

Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми. Основные теоремы всех глав диссертации усиливают или обобщают результаты ведущих специалистов в области метрической теории диофантовых приближений. К ним можно отнести, прежде всего, получение нижних оценок расстояний от действительного или комплексного числа до ближайшего корня целочисленного многочлена и обобщение леммы Гельфонда на p -адический случай совместных диофантовых приближений.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Выносимые на защиту результаты диссертации обоснованы и достоверны. Это подтверждено публикациями в рецензируемых научных журналах Республики Беларусь и в материалах международных научных конференций.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в метрической теории диофантовых приближений и в учебном процессе на математических факультетах университетов. Кроме этого, они могут найти свое применение в рамках прикладных задач, связанных с помехами беспроводной связи.

Опубликованность результатов диссертации в научной печати

Основные положения диссертационной работы достаточно полно отражены в опубликованных статьях и материалах конференций. По теме диссертации опубликовано 13 научных работ. Из них 6 статей в научных рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК Республики Беларусь («Вестник МГУ им. А.А. Кулешова» - 2, «Вестник ГрГУ им. Я Купалы» - 3, «Доклады НАН Беларуси» - 1), 7 – в материалах международных математических конференций.

Считаю, что результаты, полученные Ж.И. Пантелеевой при написании диссертационной работы, опубликованы в необходимом объеме.

Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК

В целом, оформление диссертации и автореферата отвечают требованиям ВАК Республики Беларусь. Структура работы ясно отражает логику и динамику проведенного исследования. Полученные результаты изложены грамотно и четко.

Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени.

На основании уровня полученных в диссертации результатов, их опубликованности в научной печати можно сделать вывод о том, что научная квалификация соискателя Ж.И. Пантелеевой соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук.

Замечания

При общей положительной оценке диссертационной работы следует заметить, что очень редко, но встречаются стилистические обороты, не всегда корректно отражающие их суть. Например, «мера неравенства», «приближение класса чисел более узкими классами» и т.п. Иногда в комментариях к формулировкам теорем понятие меры, размерности применено без упоминания множества, к которому они отнесены, что

создает некоторое неудобство при чтении.

Что касается реферата, то он соответствует содержанию диссертации, хотя удельный вес его основной части гораздо меньше диссертационной.

Заключение

Диссертационная работа Ж.И. Пантелеевой «Совместные диофантовы приближения и векторы с алгебраическими координатами» представляет собой законченную квалификационную научную работу. Ее содержание соответствует требованиям ВАК Республики Беларусь, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел.

Считаю, что за:

- вывод оценок снизу для расстояний от действительного или комплексного числа до ближайшего корня полинома с целочисленными коэффициентами;

- доказательство существования двумерных векторов с p -адическими алгебраическими координатами и получение оценки снизу для их количества в декартовом произведении p -адических цилиндров;

- обобщение и усиление леммы Гельфонда для случая, когда многочлены без общих корней принимают малые значения на интервалах заданной меры и имеют произвольное количество близких корней в пространстве $\mathbb{R} \times \mathbb{Q}_p$

Пантелеева Жанна Ивановна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент

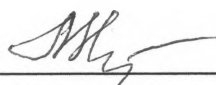
кандидат физико-математических наук, доцент,

доцент кафедры информатики ГУО

«Белорусский государственный

университет информатики и

радиоэлектроники»



Калугина М. А.

16 марта 2024 г.

