

Отзыв научного руководителя о диссертации А.Н. Адмираловой

«Многообразия представлений и характеров некоторых классов свободных произведений циклических групп с одним соотношением»».

Диссертация посвящена исследованию многообразий n -мерных представлений и соответствующих многообразий характеров свободных произведений циклических групп с одним соотношением. Эти группы имеют копредставление $G = \langle a_1, \dots, a_m \mid a_i^{n_i} = 1, i = 1, \dots, m, R(a_1, \dots, a_m) = 1 \rangle$, где $n_i = 0$ или $n_i \geq 2$, а $R(a_1, \dots, a_m)$ - циклически редуцированное слово в свободной группе, порожденной a_1, \dots, a_m . Этот класс групп весьма широк и включает в себя, например, все группы с одним соотношением, фундаментальные группы компактных ориентируемых поверхностей с копредставлением $\langle a_1, b_1, \dots, a_g, b_g \mid [a_1, b_1] \dots [a_g, b_g] = 1 \rangle$, фундаментальные группы компактных неориентируемых поверхностей с копредставлением $\langle a_1, \dots, a_g \mid a_1^2 \dots a_g^2 = 1 \rangle$, группы Баумслэга-Солитера $BS(p, q)$ с копредставлением $BS(p, q) = \langle a, b \mid ba^p b^{-1} = a^q \rangle$. В диссертации рассматриваются группы с соотношением коммутаторного типа и с соотношением квадратичного типа. Полученные результаты развивают и в каком-то смысле обобщают результаты, полученные ранее в работах В.В. Беньш-Кривца, А.С. Рапинчука, В.И. Черноусова, И.О. Говорушко.

В главе 1 приводится обзор литературы, а также ряд предварительных сведений, используемых в дальнейших доказательствах.

В главе 2 исследуются многообразия представлений свободных произведений циклических групп с одним соотношением коммутаторного типа. Эти группы имеют копредставление $G(p, q) = \langle a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k, x_1, \dots, x_g, y_1, \dots, y_g, t \mid a_1^{m_1} = \dots = a_s^{m_s} = 1, t U^p t^{-1} = U^q \rangle$, где $p, q \in \mathbb{Z}, p \neq 0, q \neq 0, |p| \neq |q|$, $U = [x_1, y_1] \dots [x_g, y_g] W(a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k)$ и $W(a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k)$ - элемент в нормальной форме в свободном произведении циклических групп, порожденных $a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k$. В случае $k = s = 0$ получено полное описание как многообразий представлений, так и многообразий характеров: найдены неприводимые компоненты, вычислена их размерность, а также доказана рациональность неприводимых компонент многообразия представлений. Далее в главе исследован общий случай

произвольных k, s и получено описание многообразий представлений $R_n(G(p, q))$.

В главе 3 исследуются многообразия представлений 2 классов свободных произведений циклических групп с одним соотношением квадратичного типа. Это группы с копредставлениями

$$\Gamma = \langle a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k, x_1, \dots, x_g, t \mid a_1^{m_1} = \dots = a_s^{m_s} = x_1^2 \dots x_g^2 W(a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k) = 1 \rangle$$

и

$$H(p, q) = \langle a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k, x_1, \dots, x_g, t \mid a_1^{m_1} = \dots = a_s^{m_s} = 1, t U^p t^{-1} = U^q \rangle,$$

где $p, q \in \mathbb{Z}, p \neq 0, q \neq 0, |p| \neq |q|$, $U = x_1^2 \dots x_g^2 W(a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k)$ и

$W(a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k)$ – элемент в нормальной форме в свободном произведении циклических групп, порожденных $a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_k$. получено

описание многообразий представлений $R_n(H(p, q))$ и $R_n(\Gamma)$. Следует также отметить, что в этой главе получено описание многообразий представлений групп Баумслага-Солитера $BS(1, -1) = \langle a, b \mid aba^{-1} = b^{-1} \rangle$.

В заключительной четвертой главе рассматривается вопрос о конечности конечно порожденных линейных групп, в которых все примитивные слова от образующих имеют конечный порядок. Используя линейные представления групп кос и групп автоморфизмов свободных групп, А.Н. Адмираловой удалось построить примеры матричных групп степени 3 и 6 с 2 образующими, в которых все примитивные слова от образующих сопряжены и имеют один и тот же конечный порядок, однако сами группы бесконечны.

Выполненные исследования являются актуальными и имеют высокую научную значимость. Все полученные в диссертации результаты являются новыми. Они снабжены строгими доказательствами.

Оформление диссертации соответствует требованиям ВАК. Автореферат полно отражает содержание диссертации.

Адмиралова А.Н. зарекомендовала себя вдумчивым исследователем. Ее научная квалификация соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук.

Считаю, что А.Н. Адмиралова заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел за следующие новые научные результаты:

- описание многообразий n -мерных представлений и соответствующих многообразий характеров для свободных произведений циклических групп с одним соотношением коммутаторного типа;

- описание многообразий n -мерных представлений для свободных произведений циклических групп с одним соотношением квадратичного типа;

- описание многообразий n -мерных представлений группы Баумслэга-Солитера $BS(1, -1)$;

- доказательство существования конечно порожденных линейных групп бесконечного порядка, в которых все примитивные слова от образующих имеют конечный порядок.

Полученные результаты составляют важный вклад в геометрическую теорию представлений конечно порожденных групп.

Я, Беньш-Кривец Валерий Вацлавович, выражаю согласие на размещение отзыва на диссертацию Адмираловой А.Н. на официальном сайте Института математики НАН Беларуси в глобальной компьютерной сети Интернет.

Профессор кафедры высшей алгебры
и защиты информации Белорусского
государственного университета
доктор физ.-мат. наук,
профессор

В.В. Беньш-Кривец

