

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор

учреждения образования

«Витебский государственный  
университет имени П.М. Машерова»

А.П. Мехович

14 ноября 2024г.



### ОТЗЫВ ОППОНИРУЮЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о диссертации Адмираловой Александры Николаевны

«Многообразия представлений и характеров некоторых классов свободных произведений циклических групп с одним соотношением»,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

***Соответствие содержания диссертации заявленной специальности и отрасли науки со ссылкой на область исследования паспорта соответствующей специальности, утвержденного ВАК***

В диссертации исследуются многообразия представлений и характеров некоторых классов конечно порожденных групп. Эти исследования находятся на стыке комбинаторной теории групп, алгебраической геометрии и теории инвариантов. Это научное направление можно охарактеризовать как геометрическую теорию представлений конечно порожденных групп.

Таким образом, содержание диссертации А.Н. Адмираловой «Многообразия представлений и характеров некоторых классов свободных произведений циклических групп с одним соотношением» полностью соответствует отрасли «физико-математические науки» и специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел и относится к области исследований «Теории алгебраических структур; линейная и полилинейная алгебра, теория представлений, гомологическая алгебра и алгебраическая K-теория; алгебраическая геометрия, топологическая алгебра; теории категорий и универсальной алгебры» согласно паспорту специальности.

**Научный вклад соискателя в решение научной задачи с оценкой его значимости**

Основы геометрической теории представлений конечно порожденных групп заложены в монографии А. Любоцкого, Э. Магида (A. Lubotzky, A.R. Magid. Varieties of representations of finitely generated groups // Memoirs AMS. – 1985. – Vol. 58, № 336. – P. 1–116). Исследование многообразий представлений и характеров конечно порожденной группы во многих случаях позволяет получить информацию о комбинаторных свойствах самой группы. Например, в работах Г. Баумслага, Д. Моргана, П. Шалена такой геометрический подход используется для доказательства бесконечности некоторых классов конечно порожденных групп. В.В. Бениш-Кривцом доказано, что если  $G$  – такая группа,

что многообразие характеров неприводимых представлений  $G$  в  $SL_2(\mathbb{C})$  имеет размерность  $\geq 2$ , то тогда  $G$  является нетривиальным свободным произведением с объединенной подгруппой. В работах Х. Басса, М. Калера, П. Шалена и других авторов многообразия представлений и характеров находят эффективное применение в исследовании трехмерных многообразий и теории узлов. К настоящему времени имеется довольно большое число работ различных авторов (В. Голдман, А. Любоцки, Э. Магид, Сикора, С. Лириано, С. Маевич и многих других), в которых исследуются различные геометрические свойства многообразий представлений и характеров групп. Однако о структуре данных многообразий для конкретных классов групп известно довольно мало. Частичные результаты получены лишь для нильпотентных (А. Любоцки, Э. Магид) и разрешимых (З. Рудник) групп. В работах В.В. Беняш-Кривца, А.С. Рапинчука, В.И. Черноусова получено описание многообразий представлений и характеров фундаментальных групп компактных поверхностей, а в работах В.В. Беняш-Кривца и И.О. Говорушко – групп Баумслага-Солитера. Эта задача достаточно сложна и, например, даже для свободной абелевой группы ранга 3 почти ничего неизвестно о строении ее многообразий представлений. В связи с этим, изучение многообразий представлений и характеров для новых классов конечно порожденных групп является актуальной задачей.

В диссертации получено описание многообразий представлений и характеров новых классов групп – свободных произведений циклических групп с одним соотношением квадратичного либо коммутаторного типа. Научные результаты, которые приведены в работе, являются достоверными и имеют законченный характер. Основные результаты диссертационной работы и положения, выносимые на защиту, получены и обоснованы автором лично.

Научный вклад соискателя и значимость его результатов подтверждает их полная опубликованность в 6 статьях, входящих в список изданий, рекомендованных ВАК для публикаций результатов диссертационных работ, а также их апробированность на 10 международных научных конференциях, в том числе на 7-м Европейском математическом конгрессе в Берлине (2016 г.) и Международном математическом конгрессе в Рио-де-Жанейро (2018 г.).

Диссертационная работа А.Н. Адмираловой вносит существенный вклад в геометрическую теорию представлений конечно порожденных групп.

**Конкретные научные результаты (с указанием их новизны и практической значимости), за которые соискателю может быть присуждена искомая ученая степень**

Диссертация А.Н. Адмираловой «Многообразия представлений и характеров некоторых классов свободных произведений циклических групп с одним соотношением» является квалификационной научной работой, отвечающей требованиям Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь, содержание диссертации соответствует специальности ВАК Республики Беларусь 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автору А.Н. Адмираловой

может быть присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук за следующие новые научно обоснованные результаты:

- описание многообразий  $n$ -мерных представлений для свободных произведений циклических групп с одним соотношением коммутаторного типа;
- описание многообразий  $n$ -мерных представлений для свободных произведений циклических групп с одним соотношением квадратичного типа;
- описание многообразий  $n$ -мерных представлений группы Баумслэга-Солитера  $BS(1, -1)$ ;
- доказательство существования конечно порожденных линейных групп бесконечного порядка, в которых все примитивные слова от образующих имеют конечный порядок.

Перечисленные выше результаты получены впервые. Проведенные А.Н. Адмираловой исследования являются актуальными и практически значимыми, их результаты могут быть использованы при решении проблем по геометрической теории представлений конечно порожденных групп.

#### **Замечания по диссертации**

Имеется незначительное число стилистических замечаний и обнаруженных опечаток, которые не влияют на научную ценность полученных результатов:

- 1) С. 19, определение 1.4.6: «...Существует морфизм  $\pi: Z \rightarrow Y...$ » – формулу не следовало разрывать.
- 2) С. 21, 7-я строка сверху: «...В самом деле, поскольку по определению  $\chi\rho(g) = \text{tg}(\rho)$  и для любого  $g \in G$  существует многочлен...» – знак принадлежности  $\in$ , которым заканчивается строка, необходимо повторить в начале следующей строки.

Замечания по формулировке теоремы 3.3.2 (с. 56-57):

- 3) Формулировка «...Если  $n=2$ ,  $g=3...$ » в пункте 2 повторяется 3 раза, достаточно было бы написать «...Пусть  $n=2$ ,  $g=3...$ » и далее рассматривать возможные случаи без дублирования текста.
- 4) Утверждение теоремы 3.3.2 «...Размерности неприводимых компонент  $R_n(\Gamma)$  описываются формулой (3.3.1...)» относится ко всем рассматриваемым в теореме случаям. В текущей формулировке это прописано недостаточно явно.

#### **Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую она претендует**

На основании проведенного анализа содержания диссертации в целом, последовательности изложения материала, используемых методов исследования и опубликованности результатов диссертационной работы в научной печати можно сделать вывод о том, что научная квалификация А.Н. Адмираловой соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук.

#### **Конкретные рекомендации по использованию результатов диссертации**

Диссертационная работа имеет теоретический характер. Полученные научные результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях по геометрической теории представлений конечно порожденных групп.

Результаты диссертации могут использоваться при чтении спецкурсов для студентов математических специальностей, при написании курсовых и дипломных проектов, магистерских и кандидатских диссертаций, а также для научных исследований, проводимых в рамках задания «Разработка алгебро-геометрических и представленных методов исследования конечно порожденных групп, конечномерных алгебр и квадратичных форм», входящего в государственную программу научных исследований на 2021–2025 годы «Конвергенция-2025».

Отзыв о диссертации А.Н. Адмираловой рассмотрен и обсужден на заседании научного собрания факультета математики и информационных технологий 14 ноября 2024 г., протокол № 1, согласно приказу ректора Витебского государственного университета имени П.М. Машерова № 86-а от 05.11.2024 г.

А.Н. Адмиралова выступила на научном собрании с докладом. На научном собрании состоялась дискуссия, соискатель дала исчерпывающие ответы на заданные вопросы.

В работе научного собрания и в голосовании принимали участие три доктора физико-математических наук (Воробьев Н.Т., Трубников Ю.В., Воробьев Н.Н.) и одиннадцать кандидатов физико-математических наук (Залеская Е.Н., Мехович А.П., Караулова Т.Б., Сурин Т.Л., Никитин А.И., Шлапаков С.А., Прохожий С.А., Корчевская Е.А., Ермоченко С.А., Иванова Ж.В., Подоксенов М.Н.). Результаты открытого голосования: «за» — 14, «против» — нет, «воздержались» — нет.

Председатель научного собрания  
декан факультета математики  
и информационных технологий  
ВГУ имени П.М. Машерова,  
кандидат физико-  
математических наук, доцент

  
Е.Н. Залеская

Секретарь научного собрания  
зав. кафедрой математики  
ВГУ имени П.М. Машерова, кандидат физико-  
математических наук

  
Т.Б. Караулова

Эксперт оппонировавшей организации  
доктор физико-  
математических наук, профессор,  
профессор кафедры математики  
ВГУ имени П.М. Машерова

  
Н.Т. Воробьев



Подпись удостоверяю  
начальник отдела кадров  
Е.П. Соловьёва  
14.11.2024